

# Die TLM Methode im Zeitbereich: Beispiel einer EMC/EMI Gitterfeld-Rechenmethode.

*Bernd Müller-Bierl*

1. Historischer Exkurs
2. Signalausbreitung auf einer Telegraphenleitung
3. Der parallele Knoten
4. Randbedingungen
5. Die Streumatrix nach Johns
6. Die Streumatrix nach *BMB*
7. TLM in 1, 2 und 3D im Vergleich
8. Anwendung für Stents


# **Historischer Exkurs**

**Wellengleichung für das elektrische Feld (TM-Lösung)  
ohne Quellen (freie Elektronen):**

$$\Delta E - c^{-2} \partial_t^2 E = 0$$

**Telegraphengleichung für die Spannung**

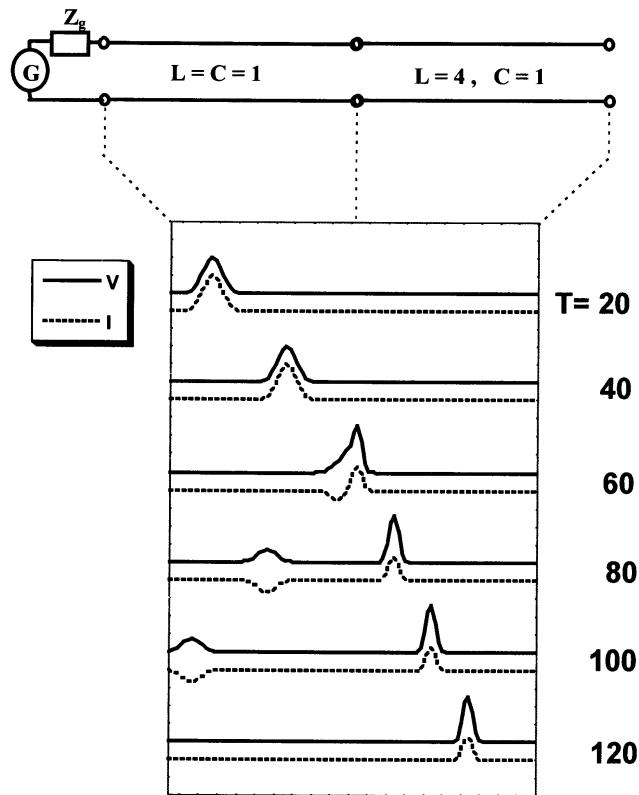
$$\Delta U - c^{-2} LC \partial_t^2 U = 0$$

**Bereits um 1940 wurden elektrische Netzwerke zur Simulation  
der Maxwell'schen Gleichungen benutzt.**

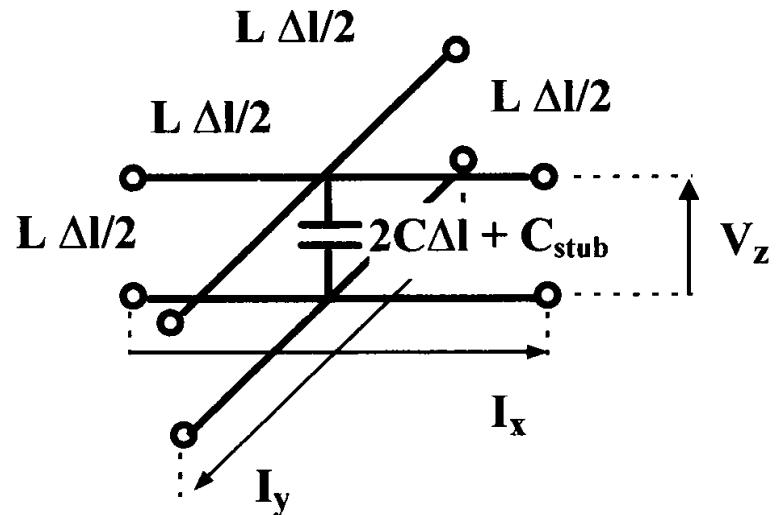
# Signalausbreitung auf einer Telegraphenleitung

$$c^2 = (LC)^{-1}$$

$$Z_0^2 = L C^{-1}$$



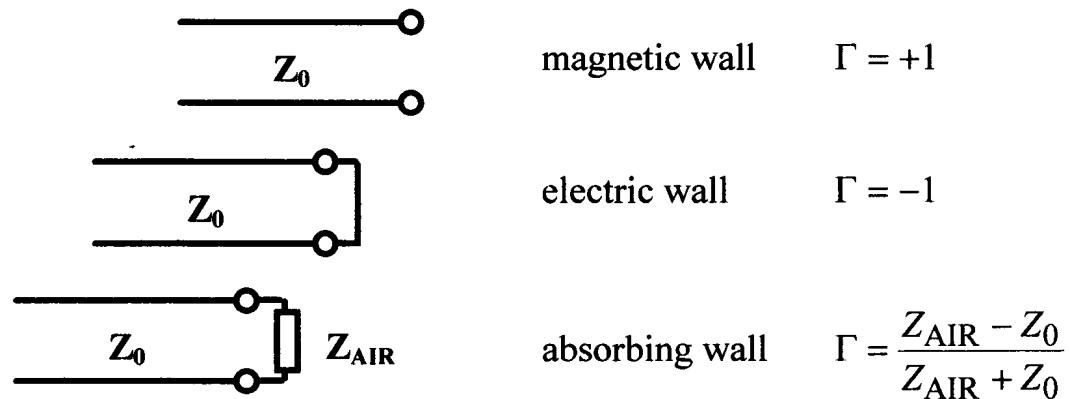
# Der parallele Knoten



$$E_x = E_y = H_z = 0 \quad (\text{TM})$$

$$V_z = E_z, \quad I_x = -H_y, \quad I_y = H_x, \quad 2C = \epsilon, \quad L = \mu$$

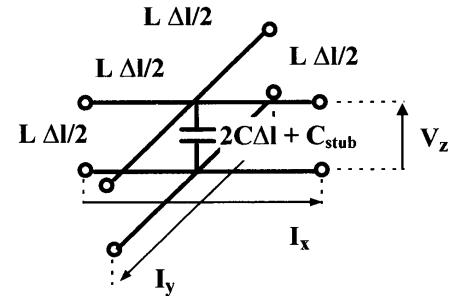
# Randbedingungen





# Die Streumatrix nach Johns

$$\left. \begin{array}{l} Y_{ram} = j\omega C Y_{st} \Delta\ell/2 = j\omega C_{st} \\ \varepsilon_r \varepsilon_0 = 2C \Delta\ell + C_{st} \end{array} \right\} \quad \varepsilon_r = 1 + \frac{Y_{st}}{4}$$



Eine Impulsion von Port 1-4 "sieht"  $Y_{tot} = 3 + Y_{st}$

$$\Gamma_0 = \frac{2 + Y_{st}}{2 - Y_{st}} = -\frac{1}{2\varepsilon_r} - \frac{\chi_e}{\varepsilon_r}, \quad T_0 = 1 + \Gamma_0 = \frac{1}{2\varepsilon_r}$$

Eine Impulsion von der Stichleitung "sieht"  $Y_{tot} = 4$

$$\Gamma_5 = \frac{Y_{st} - 4}{Y_{st} + 4} = -\frac{1}{\varepsilon_r} + \frac{\chi_e}{\varepsilon_r}, \quad T_5 = 1 + \Gamma_5 = \frac{2\chi_e}{\varepsilon_r}$$

**Johns et Beuerle Proc. IEE Trans. 118, 9 (1971) 1203**

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \Gamma_0 & T_0 & T_0 & T_0 & T_5 \\ T_0 & \Gamma_0 & T_0 & T_0 & T_5 \\ T_0 & T_0 & \Gamma_0 & T_0 & T_5 \\ T_0 & T_0 & T_0 & \Gamma_0 & T_5 \\ T_0 & T_0 & T_0 & T_0 & \Gamma_5 \end{bmatrix}$$

# Die Streumatrix nach *BMB* – Teil I

Ansatz für die Maxwellgleichungen ( TM, AIR )

$$[\partial_x \underline{\mathbf{A}}_E + \partial_t] \mathbf{u} = 0 \quad \mathbf{u} = [E_z/2 \quad H_x \quad H_y]^T$$

$$[\partial_y \underline{\mathbf{A}}_F + \partial_t] \mathbf{u} = 0$$

$$\underline{\mathbf{A}}_E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/\varepsilon \\ 0 & 0 & 0 \\ -2/\mu & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{A}}_F = \begin{bmatrix} 0 & -1/\varepsilon & 0 \\ 2/\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Die Streumatrix nach *BMB* – Teil II

## Hauptachsentransformation

$$\underline{\mathbf{R}}_E \underline{\mathbf{L}}_E = \underline{\mathbf{L}}_E \underline{\mathbf{R}}_E = \underline{\mathbf{R}}_F \underline{\mathbf{L}}_F = \underline{\mathbf{L}}_F \underline{\mathbf{R}}_F = \underline{\mathbf{1}}$$

$$\underline{\mathbf{L}}_E \underline{\mathbf{A}}_E \underline{\mathbf{R}}_E = \underline{\mathbf{L}}_F \underline{\mathbf{A}}_F \underline{\mathbf{R}}_F = \mathbf{diag}\{\lambda_i\}$$

$$\{\lambda_i\} = \{-\sqrt{2/(\varepsilon\mu)}, \sqrt{2/(\varepsilon\mu)}\}$$

$$\mathbf{v} = \underline{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{L}}_E \\ \underline{\mathbf{L}}_F \end{bmatrix}^{(*)} \cdot \mathbf{u} = [E_z + 2 H_y, \dots]^T$$

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{A}}^+ + \underline{\mathbf{B}}, \quad \underline{\mathbf{B}} \in \text{Zero}\{\underline{\mathbf{A}}^+\}, \quad \underline{\mathbf{A}}^+ = (\underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{A}})^{-1} \underline{\mathbf{A}}^T$$

$$\underline{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{so dass } \underline{\mathbf{S}}^T \underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{1}} \quad (\underline{\mathbf{S}} \text{ unitär})$$

# Die Streumatrix nach *BMB* – Teil III

**Ansatz für die Streugleichung (Dielektrika)**

$$\mathbf{v} \equiv [E_z + 2H_y, E_z - 2H_y, E_z - 2H_x, E_z + 2H_x, E_z]$$

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} b & -a & b & b & f \\ -a & b & b & b & f \\ b & b & b & -a & f \\ b & b & -a & b & f \\ e & e & e & e & h \end{bmatrix}$$

# Die Streumatrix nach **BMB** – Teil IV

## Bestimmung der Matrixelemente

$$E_z + 2H_y = [(b-a) + 2b]E_z + f \hat{E}_z + 2(b+a)H_y$$

$$b = 1/2 \quad (\text{AIR}) \rightarrow 1/(2 \varepsilon_r)$$

$$a = b + \chi_e / \varepsilon_r \quad (\text{Selbstwechselwirkung}), \quad f = 2\chi_e / \varepsilon_r \quad (\text{Verschiebung})$$

$$E_z^{(1)} = 2E_z^{(0)} - \hat{E}_z \quad (E_z'' = 0)$$

$$E_z^{(1)} = 4eE_z^{(0)} + (-1 + f)\hat{E}_z$$

$$h = -\frac{1}{\varepsilon_r} + \frac{\chi_e}{\varepsilon_r}, \quad e = \frac{1}{2\varepsilon_r}$$

# **Die Streumatrix nach *BMB* – Teil V**

## **Zusammenfassung**

- **Ansatz für die Maxwellgleichungen ( TM, AIR )**
- **Hauptachsentransformation**
- **Ansatz für die Streugleichung (Dielektrika)**
- **Bestimmung der Matrixelemente**

**Außerdem (hier nicht gezeigt):**

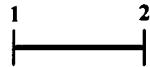
- **Dissipation (dielektrische Verluste)**
- **Variables Gitter**

# TLM in 1, 2 und 3D im Vergleich

In 1D as follows

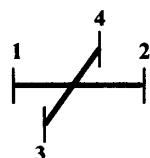
Müller-Bierl et al. Internat. J. Num. Model. (2002)  
(submitted)

$$\Delta\ell = \kappa_{1D} c_0 \Delta t$$



$$E_x^{(1)} = \left[ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} - \frac{\chi}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \right] E_x^{(0)} + \frac{2\chi}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \hat{E}_x$$

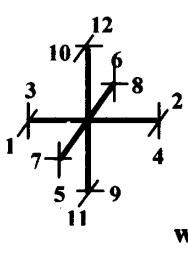
and in 2D



$$\Delta\ell = \sqrt{2}\kappa_{2D} c_0 \Delta t$$

$$E_x^{(1)} = \left[ \frac{1}{\varepsilon} - \frac{\chi_e}{\varepsilon} \right] E_x^{(0)} + \frac{2\chi_e}{\varepsilon} \hat{E}_x$$

and in 3D



$$\Delta\ell = 2\kappa_{3D} c_0 \Delta t$$

$$E_x^{(1)} = \left[ \frac{1}{\varepsilon} - \frac{\chi_e}{\varepsilon} \right] E_x^{(0)} + \frac{2\chi_e}{\varepsilon} \hat{E}_x , \dots$$

$$H_x^{(1)} = \left[ \frac{1}{\mu} - \frac{\chi_m}{\mu} \right] H_x^{(0)} + \frac{2\chi_m}{\mu} \hat{H}_x , \dots$$